

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera tehnologică : profil tehnic

XII. OSZTÁLY

I. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} ax+1 & , x < 1 \\ x+2 & , x \geq 1 \end{cases}$ függvény.

a) Mutassuk ki, hogy ha $a=2$, akkor az f függvény primitíválható, és számítsuk ki egy primitív függvényét.

b) Mutassuk ki, hogy ha $a=1$, akkor az f függvény nem primitíválható.

c) Ha $a=1$ határozunk meg egy olyan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amelyre az $f+g$ függvény primitíválható

II.

a) Adjunk példát egy 10 elemű (G, \bullet) Abel - féle csoportra, majd határozzunk meg egy $a \in G, a \neq e$ elemet amelyre $a^{10} = e$, ahol e a csoport semleges eleme.

b) Adjunk példát egy 6 elemű nem kommutatív csoportra és határozzuk meg a csoportnak egy x elemét, amelyre $x^2 = e, x \neq e$.

III. Adott az $I_n = \int \ln^n x dx, x > 0, n \in \mathbb{N}^*$ integrálsorozat.

a) Számítsuk ki I_1 .

b) Mutassuk ki, hogy $I_n = x \ln^n x - n I_{n-1}, \forall n \geq 2$

c) Számítsuk ki I_3 .

IV. Adott a $G = \{A \in M_2(\mathbb{R}) / A + I_2 \text{ -invertálható}\}$ halmaz, amelyen értelmezett az $A \circ B = A \bullet B + A + B$ műveletet.

a) Igazoljuk, hogy a G halmaznak van legalább két eleme.

b) Mutassuk ki, hogy $A \circ B = (A + I_2) \cdot (B + I_2) - I_2$.

c) Mutassuk ki, hogy a (G, \circ) este Abel - féle csoport.

Nota: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7